

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
"Изминская средняя общеобразовательная школа
Сабинского муниципального района Республики Татарстан"

**Проектно-исследовательская работа:
«Заполнение пространства многогранниками»**

Предмет: математика

Выполнила: ученица 5Б класса

Маннанова Зарина

Руководитель: Аллабердиева И.З

2019 год

Оглавление

Введение.....	3
1. Понятие правильного многогранника.....	4
2. Из истории многогранников.....	5
3. Использование форм и применение правильных многогранников...	6
4. Магические свойства многогранников	8
5. Приложение 2.	9
6. Приложение 3. Многогранники вокруг нас	10
7. Приложение 4. Модульное моделирование	11
8. Заключение	14
9. Список использованной литературы	15

Введение

В этом учебном году на уроках математики мы изучали многогранники. Изготавливая их модели мы были удивлены необычностью и красотой некоторых из них. В учебных пособиях даны очень небогатые сведения о многогранниках.

Я решила больше узнать о правильных многогранниках, познакомиться с историей их появления, научиться строить многогранники оптимально, легко и быстро, исследовать их роль в окружающем мире, и, наконец, разобраться, а пригодятся ли нам эти фигуры и знания о них в практической жизни. За помощью я обратилась к Ильмире Загировне– учительнице математики. Она предложила мне исследовательскую работу «Заполнение пространства многогранниками».

Актуальность

Многогранники интересны сами по себе. Они имеют красивые формы и находят широкое применение в конструировании сложных и красивых многогранных поверхностей, которые используются в реальных архитектурных проектах. Поэтому выбранная мною тема исследования имеет широкое применение в различных сферах.

На основании вышесказанного мы ставим перед собой следующие **цели**:

расширить круг знаний о правильных многогранниках; изучить виды многогранников и их практическое применение в окружающем мире; создать светильник в форме додекаэдра, применяя знания, полученные в ходе исследовательской работы.

Задачи исследования:

- 1) изучить информационные источники по данной теме;
- 2) изготовить несколько моделей правильных многогранников;
- 3) найти примеры правильных многогранников в окружающей природе и в бытовой среде;
- 4) доказать, что формы правильных многогранников применимы в быту;
- 5) разработать мастер-класс

Объект исследования: модели правильных многогранников.

Предмет исследования: значение и применение этих фигур.

Для решения задач мы применили следующие **методы исследования**: аналитические методы, практическое моделирование, анализ, фотофиксация.

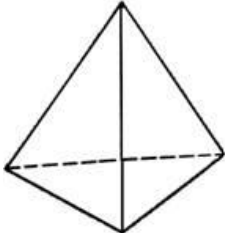
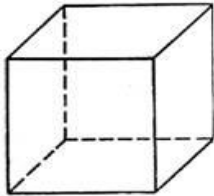
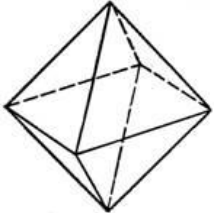
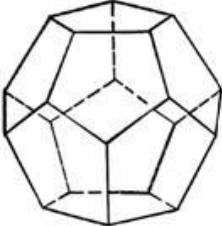
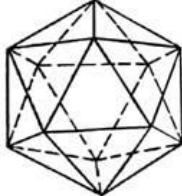
Понятие правильного многогранника

Многогранники - это простейшие фигуры в пространстве, как, например, многоугольники - простейшие фигуры на плоскости. Если рассматривать многогранник с точки зрения геометрии, то это часть пространства, ограниченная плоскими многоугольниками, называемыми гранями. Стороны и вершины граней называют рёбрами и вершинами самого многогранника.

Правильный многогранник - это фигура, обладающая следующими свойствами:

- он выпуклый;
- все его грани являются равными правильными многоугольниками;
- в каждой его вершине сходится одинаковое число граней;
- все его двугранные углы равны.

Доказано существование только пяти правильных многогранников.

Тетраэдр составлен из четырёх равносторонних треугольников. Каждая его вершина является вершиной трёх треугольников.	
Куб (гексаэдр) составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трёх квадратов.	
Октаэдр составлен из восьми равносторонних треугольников. Каждая вершина октаэдра является вершиной четырёх треугольников.	
Додекаэдр составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.	
Икосаэдр составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников.	

Названия этих фигур запомнить очень легко. В переводе с греческого «эдра» означает грань, «тетра» - 4, «гекса» - 6, «окта» - 8, «икоса» - 20, «додека» - 12.

Основными характеристиками многогранника являются число и вид граней, число вершин и число ребер. Эти характеристики для правильных многогранников представлены в таблице (Приложение 1)

Изучив внимательно содержание таблицы мы увидели закономерность: если число ребер рассматриваемого многогранника увеличить на 2, то получится число, равное сумме числа граней и вершин этого многогранника. Сформулируем это правило так:

« Сумма числа граней и вершин равна числу рёбер, увеличенному на 2», то есть $G + B = P + 2$.

Приложение 1

Правильный многогранник	ЧИСЛО ГРАНЕЙ + ВЕРШИН	ЧИСЛО РЕБЕР
ТЕТРАЭДР	$4 + 4 = 8$	6
КУБ	$6 + 8 = 14$	12
ОКТАЭДР	$8 + 6 = 14$	12
ДОДЕКАЭДР	$12 + 20 = 32$	30
ИКОСАЭДР	$20 + 12 = 32$	30

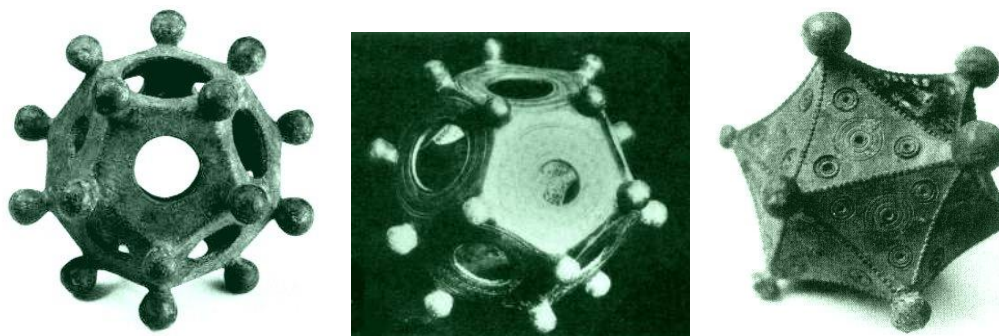
Таким образом, мы открыли формулу, которая впервые была выведена Рене Декартом в 1640 году, а позднее вновь открыта Эйлером в 1752 году, имя которого с тех пор она и носит. Формула Эйлера верна для любых выпуклых многогранников.

Из истории многогранников

О правильных многогранниках человечество знает давно. Их орнаментные модели можно найти на резных шарах из камней, появившихся в Шотландии, задолго до того, как их открыл Платон. Разновидные игральные кости того времени, также по форме напоминают правильные многогранники.



Уже тогда люди использовали бронзовые аналоги этих удивительных фигур.



Часть открытия и детального изучения правильных многогранников приписывают древнегреческим учёным. В некоторых источниках можно найти информацию о том, что Пифагор впервые выделил эти фигуры. В других источниках утверждается, что ему были

знакомы только тетраэдр, куб и додекаэдр, а октаэдр и икосаэдр открыл Теэтет Афинский, который ещё описал все пять правильных многогранников.

Значительное внимание правильным многогранникам уделял Платон, в честь которого они и названы «Платоновы тела». Он каждой из четырёх стихий Земле, Воздуху, Воде и Огню сопоставил определённый правильный многогранник. Куб или Гексаэдр предназначался Земле, Октаэдр - Воздуху, Икосаэдр - Воде, а Тетраэдр - Огню. Такое сопоставление очень легко объяснить: жар огня ощущается чётко и остро как маленькие тетраэдры; воздух состоит из октаэдров: его мельчайшие компоненты настолько гладкие, как капельки воды, на которые больше всего похожи икосаэдры; в противоположность воде, устойчивые кубики составляют землю. По поводу пятого элемента, додекаэдра, Платон писал: «...его бог определил для Вселенной и прибегнул к нему в качестве образца».

Полное математическое описание пяти правильных многогранников дал Евклид и доказал, что других правильных многогранников нет.

Идеи Платона о связи правильных многогранников с гармоничным устройством мира нашли своё продолжение и в наше время. В 80-х годах московские инженеры В. Макаров и В. Морозов высказали интересную научную гипотезу: ядро Земли имеет форму и свойства растущего кристалла, которое оказывает активное воздействие природные процессы, идущие на планете. Силовое поле лучей этого кристалла, формируют икосаэдро-додекаэдровую структуру Земли. Она проявляется в том, что в земной коре как бы проступают проекции вписанных в земной шар правильных многогранников: икосаэдра и додекаэдра.

Доказано, что многие залежи полезных ископаемых как раз и находятся вдоль икосаэдро-додекаэдровой сетки: 62 вершины и середины рёбер многогранников, обладают особыми свойствами, позволяющими объяснить многие явления на нашей планете. Здесь располагаются очаги древнейших культур и цивилизаций: Перу, Северная Монголия, Гаити, Обская культура и другие. В этих точках наблюдаются максимумы и минимумы атмосферного давления, гигантские завихрения Мирового океана. В этих узлах находятся озеро Лох-Несс, Бермудский треугольник.



Использование форм и применение правильных многогранников

Правильные многогранники – самые выгодные фигуры. Человек и природа этим широко пользуются. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов. Например, кристаллы поваренной соли имеют форму куба. Мы в этом убедились, рассмотрев кристаллы поваренной соли в электронный микроскоп в кабинете биологии. (*Приложение 2*)

А как разнообразен мир кристаллов, являющихся природными многогранниками. Мы живём в мире кристаллов: ходим по кристаллам, строим из кристаллов, обрабатываем кристаллы на заводах, выращиваем кристаллы в лабораториях, создаем приборы и изделия из кристаллов, широко применяем кристаллы в науке и технике, едим кристаллы, лечимся кристаллами. В кабинете географии мы нашли кристаллы горного хрусталя и кварца, имеющих шестиугольную призматическую поверхность. Этот минерал обладает целебными свойствами. Раньше маленьким детям этот камень вешали на грудь, повязывая его на верёвочку, чтобы ребёнок не простудился и не страдал простудой. Ещё мы убедились, что кристаллы калийной соли имеют форму гексаэдра. Этот минерал используют при изготовлении минеральных удобрений.

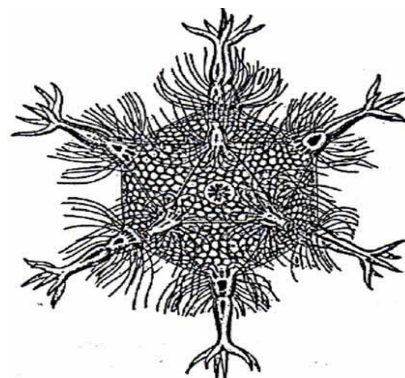
Много разных бактерий и вирусов имеют форму многогранников. Но все они имеют икосаэдровую или додекаэдровую форму. Например, скелет одноклеточного организма феодарии по форме напоминает икосаэдр.

Из всех многогранников с тем же числом граней именно икосаэдр имеет наибольший объём при наименьшей площади поверхности. Это свойство помогает морскому организму преодолевать давление водной толщи.

Большинство феодарий живут на морской глубине и служат добычей коралловых рыбок. Но простейшее животное защищает себя иглами, выходящими из вершин скелета. Так оно больше похоже на звёздчатый многогранник.

Гармоничность и простота правильных многогранников позволила создать серию игрушек, головоломок и конструкторов. Играя в эти игрушки у нас развивается логическое мышление, воображение, совершенствуется и мелкая моторика рук.

Формы правильных многогранников также используются в бытовых предметах и упаковке товаров : чайные и молочные пакеты, коробочки и различные сувениры и др. А какие необычные и смелые идеи воплощают архитекторы, строители и дизайнеры с помощью форм правильных многогранников. В интернете мы нашли очень много фотографий как эти удивительные фигуры используются при строительстве зданий, оформлении парков и дизайне бытовых интерьерных решений. (Приложение 3)



Художники разных эпох проявляли постоянный интерес к изучению и изображению многогранников. Пик этого интереса приходится, конечно, на эпоху Возрождения. Изучая явления природы, художники стремились найти обоснованные с точки зрения науки способы их изображения. Учения о перспективе, светотени и пропорциях, построенные на математике, оптике, анатомии, становятся основой нового искусства. Они позволяли художнику создавать трехмерное пространство на плоскости, добиваться ощущения объёмности и рельефности предметов. Для некоторых мастеров многогранники являлись весьма удобной моделью для оттачивания мастерства изображения перспективы. Были и такие кто искренне восхищался их симметрией и лаконичной красотой. Увлекался многогранниками и часто писал их на своих полотнах знаменитый Леонардо да Винчи (1452-1519). Он обогатил изображениями многогранников книгу своего друга монаха Луки Палочи (1445 – 1514) «О божественной пропорции».

Сальвадор Дали на картине «Тайная вечерня» изобразил Иисуса Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра.

В XIII-XVII вв. многогранники были основой архитектурных строений, больше всего применялись кубы, но по мере развития нашли применения и другие виды многогранников, такие как тетраэдр и октаэдр.

В наши дни многогранники – это главное открытие человечества. Мы в постоянном окружении многогранников: многие предметы быта имеют форму многогранников, все архитектурные строения возведены в стиле многогранных моделей.



Магические свойства многогранников

Совершенство форм, красивые математические закономерности, присущие правильным многогранникам, явились причиной того, что им приписывались различные магические свойства. Это связано с числом их граней. В переводе с греческого языка:

«эдрон» – грань, «тетра» – четыре; «гекса» – шесть; «окто» – восемь; «додека» – двенадцать; «икоси» – двадцать.

В древности они олицетворяли: землю, воздух, воду, солнце, космос.

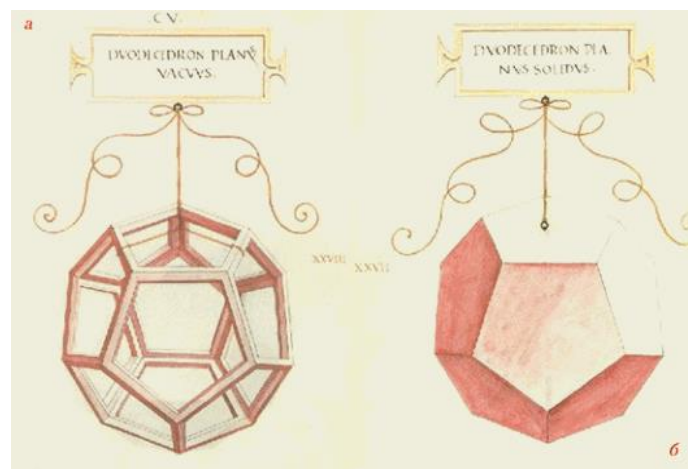
Тетраэдр – четырёхгранник - символизировал огонь, т.к. его вершина устремлена вверх.

Гексаэдр (куб) – шестигранник - землю, как самый устойчивый.

Октаэдр – восьмигранник - воздух, как самый воздушный.

Додекаэдр – двенадцатигранник - воплощал в себе все сущее, символизировал все мироздание, считался главным.

Икосаэдр - двадцатигранник - воду, т.к. он самый обтекаемый.





кварц



поваренная соль



горный хрусталь

Многогранники вокруг нас

- Пчелиные соты
- Снежинки
- Некоторые сложные молекулы углерода
- Морские звёзды
- Здание Пентагона
- Знаки дорожного движения
- Нац. Библиотека
- Египетские пирамиды



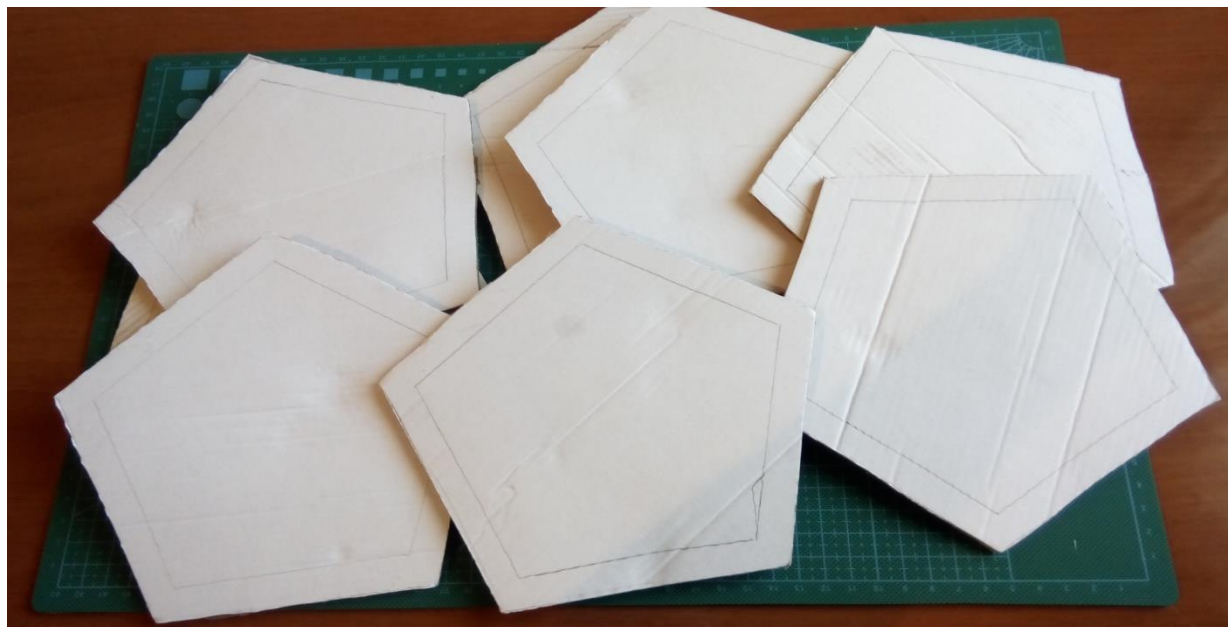
18

Правильные многогранники в быту

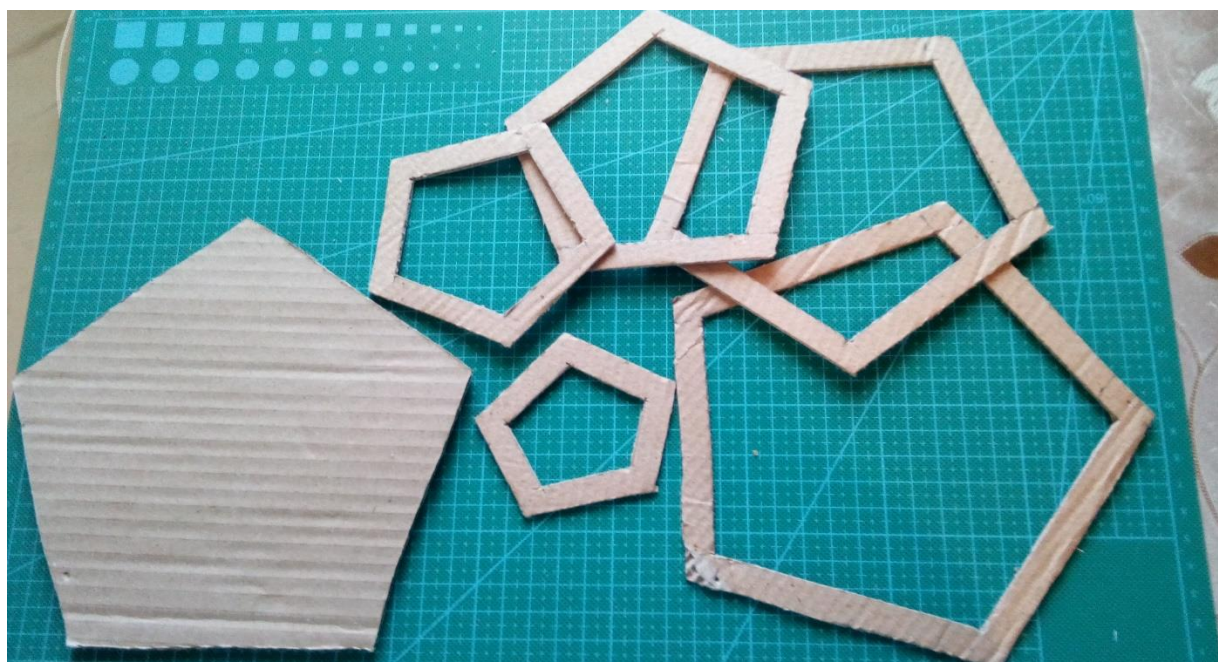


Модульное моделирование

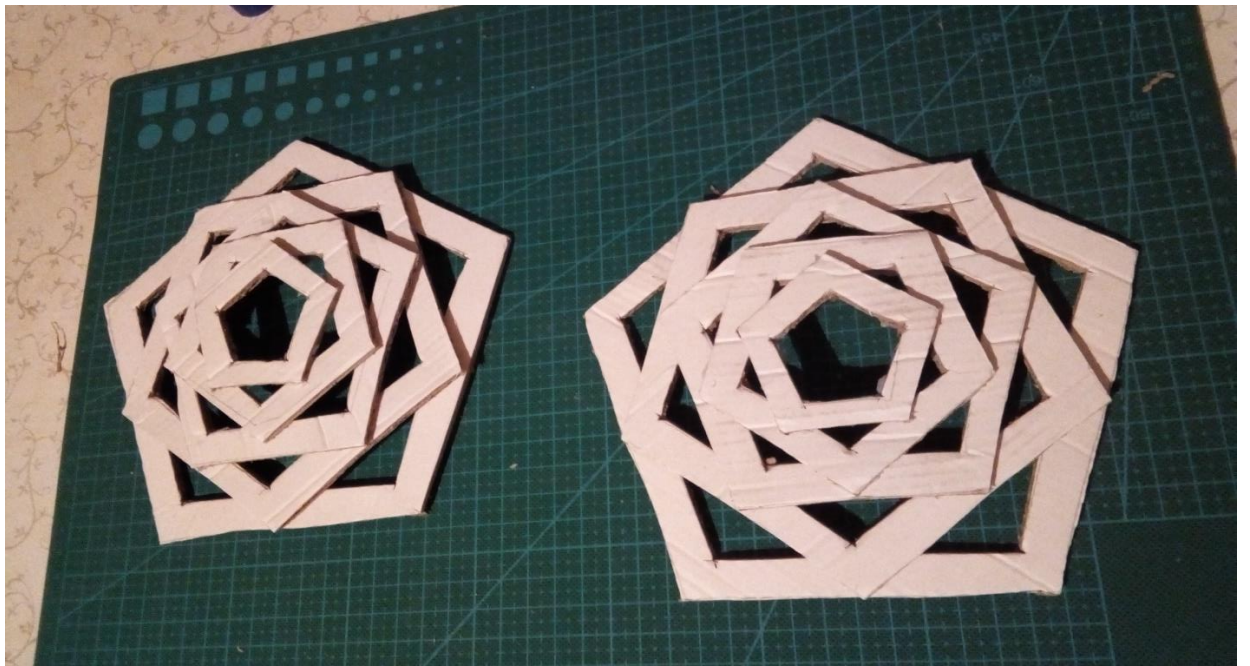
Изготовим шаблон правильного пятиугольника. Нам понадобится 12 штук.



Детали вырезаем из плотного картона. Затем каждый пятиугольник уменьшаем в размерах. Из одного пятиугольника получаем 5 штук.



Накладываем друг на друга и фиксируем клеем. Таким образом выполняем и со всеми остальными.



Переходим к сборке фигуры. Фигура готова.



Добавим немного волшебства.



Заключение

Задач на эту тему предлагается совсем немного, из-за чего возможности темы совершенно не раскрываются. А ведь она в теоретическом отношении очень богата, позволяет сформулировать много интересных задач. С помощью развёрток мы научились конструировать эти фигуры. Но для того, чтобы построить развёртку нужно обладать комплексом математических знаний, чертёжными навыками, пространственным мышлением.

Работая над этой темой я выполнила все цели и задачи, которые ставила перед собой: научилась конструировать модели правильных многогранников, изучила историю возникновения, их свойства, нашла связь форм правильных многогранников с природными объектами, нашла применение в повседневной жизни. Я убедилась, что эти фигуры вызывают интерес у окружающих. Кроме этого я научилась решать некоторые математические задачи, с помощью циркуля и линейки, совершенствуя тем самым свои чертёжные навыки и математические знания. Это очень пригодится, так как мне в дальнейшем предстоит изучать геометрию.

В результате практической работы, я совершенствовала мелкую моторику рук, у меня развивались фантазия и воображение, трудолюбие и настойчивость в достижении поставленных целей.

Привлекательность геометрических фигур заключена в их многогранности. Они способны создавать различные эффекты в зависимости от форм и размеров. Подключив фантазию и вдохновение, вы сможете с удовольствием сочетать геометрические фигуры в процессе оформления своего дома. С мебелью, созданной на основе многогранников, действительно получается необычный интерьер, очень яркий и позитивный.

Список использованной литературы:

1. Математика 5класс, Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.
2. Математика: Школьная энциклопедия – 2003
3. Депман И.Я. ,Веленкин Н.Я. За страницами учебника математики – 1989
4. Энциклопедия для детей. Аванта+ Математика – 2003
5. <http://zvzd3d.ru/FromBumaga.html>
6. М. Веннинджер "Модели многогранников", 1974
7. В мире многогранников», И.М.Смирнова, М, «Просвещение», 1995 год.
8. Википедия.
9. А.П.Савин «Энциклопедический словарь юного математика»
10. В.Гончар. "Модели многогранников" (1997, 2010)