

*Графический способ
решения задач линейного
программирования*

Задача. Имеются 2 проекта на строительство жилых домов. Расход стройматериалов, их запас и полезная площадь дома каждого проекта приведены в таблице. Определите, сколько домов первого и второго проекта следует построить, чтобы полезная площадь была наибольшей.

Стройматериалы	Расход стройматериалов (м ³) на один дом		Запас стройматериалов
	1	2	
Кирпич силикатный	12	4	3000
Кирпич красный	4	4	1200
Пиломатериалы	3	12	2520
Полезная площадь, м ²	30	40	

Математическая модель задачи

x — количество домов 1-го проекта,

y — количество домов 2 проекта.

$$\begin{cases} 12x + 4y \leq 3000 & (1) \\ 4x + 4y \leq 1200 & (2) \\ 3x + 12y \leq 2520 & (3) \end{cases}$$

$$F = 30x + 40y \rightarrow \max$$

*Алгоритм решения задач
графическим методом.*

1. Составить математическую модель задачи.

(Изучить условие задачи, выбрать неизвестные, составить целевую функцию, записать систему ограничений).

2. Найти область допустимых решений (ОДР) системы ограничений задачи.

3. Построить вектор C (c_1, c_2), который указывает направление целевой функции;

4. Провести линию уровня L_0 , которая перпендикулярна C (или построить прямую целевой функции, проходящую через начало координат)

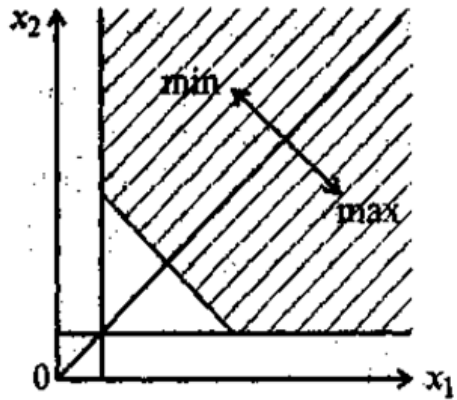
5. Линию уровня (или прямую целевой функции) перемещаем по направлению вектора C для задач на максимум и в направлении противоположном C , для задач на минимум до выхода из ОДР.

Возможные случаи ОДР:



если область допустимых планов непустая и ограниченная, т.е замкнутое множество, то для каждой из задач — на максимум целевой функции или на минимум целевой функции, существует оптимальный план.

Рис.2



Область допустимых
решений – открытое
множество.

если область неограничена, в этом случае одна из задач (на максимум или на минимум целевой функции) или обе эти задачи могут оказаться неразрешимыми

Рис.3



Область допустимых
решений – пустое
множество
(система ограничений
несовместна).

Рис.4



Область допусти-
мых решений со-
стоит из единствен-
ной точки A .

Пример 1. Решить графическим методом задачу линейного программирования, в которой требуется найти максимум и минимум функции при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ 4x_1 \geq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$F = 5x_1 + 6x_2$$

Пример 2. Решить графическим методом задачу линейного программирования, в которой требуется найти максимум функции при ограничениях

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ x_1 - 2x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$F = x_1 - x_2$$

Домашнее задание

Финансовый консультант фирмы «АВС» консультирует клиента по оптимальному инвестиционному портфелю. Клиент хочет вложить средства (не более 25 000 долл.) в два наименования акций крупных предприятий в составе холдинга «Дикси».

Анализируются акции «Дикси - Е» и «Дикси - В». Цены на акции: «Дикси - Е» — 5 долл. за акцию; «Дикси - В» — 3 долл. за акцию. Клиент уточнил, что он хочет приобрести максимум 6000 акций обоих наименований, при этом акций одного из наименований должно быть не более 5000 штук. По оценкам «АВС», прибыль от инвестиций в эти акции в следующем году составит: «Дикси - Е» — 1,1 долл.; «Дикси - В» — 0,9 долл.