

Министерство сельского хозяйства и продовольствия Самарской области
государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Самарской области
«Борский государственный техникум»

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА УРОКА

по предмету: ОУП. 03 «Математика» и ЕН.01 «Математика»

На тему: «Понятие предела функции»

Подготовила:
Ромеева Н. С. – преподаватель
математики

с. Борское, 2019 г.

Пояснительная записка.

Трудно назвать научную область, в которой бы не применялись математические методы изучения реальных объектов и процессов. Одним из важнейших разделов математики, используемых для описания и решения прикладных задач, является математический анализ. Примеры практических задач, дают нам ясное представление о значимости производной в области физики, геометрии, механики, биологии и экономики. Решение прикладных задач имеет большое воспитательное значение, так как воспитывает умение распознать то или иное математическое понятие в различных ситуациях и позволяет знакомить учащихся с математическим моделированием как методом научного познания окружающего мира.

В структуре изучаемой дисциплины ОУП.03 Математика, а также ЕН.01 Математика выделяется следующий раздел: «Математический анализ». Содержание раздела включает тему урока «Понятие предела функции».

В результате изучения данной темы студент должен

Знать:

- определение предела функции в точке;
- методы нахождения предела функции в точке;
- принципы раскрытия неопределенностей разного типа;

Уметь:

- находить предел функции в точке;
- определять определенности;
- применять методы раскрытия неопределенностей и вычисления предела функции в точке.

Тема урока: Предел функции в точке.

Цели урока:

- **Образовательные:**

- ввести понятие предела числа, предела функции;
- дать понятия о видах неопределенности;
- научиться вычислять пределы функции;
- систематизировать полученные знания, активизировать самоконтроль, взаимоконтроль.

- **Развивающие:**

- уметь применять полученные знания для вычисления пределов.
- развивать математическое мышление.

- **Воспитательная:** воспитать интерес к математике и к дисциплинам умственного труда.

Формы работы учащихся: фронтальная, индивидуальная

Необходимое оборудование: интерактивная доска, мультимедиа проектор, карточки с устными и подготовительными упражнениями.

ВВЕДЕНИЕ

Методическая разработка предназначена для изучения математики алгоритмическими методами.

В данной методичке систематизируются понятия предела и непрерывности функций в точке. Повторяются и углубляются знания по данной теме.

Теоретический материал разработки изложен в доступной форме, приводится достаточное количество примеров, что способствует лучшему усвоению учебного материала.

Методическая разработка предназначена для студентов техникума I-II курсов.

Ознакомление с теорией предела функции. Подготовительные упражнения.

1. Предел функции (предельное значение функции) в заданной точке, предельной для области определения функции, — такая величина, к которой стремится рассматриваемая функция при стремлении её аргумента к данной точке.

Записывается предел следующим образом $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$.

Вычислим предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+3}{x-1}$.

Подставляем вместо x — 3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 \times 3 + 3}{3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9}{2} = 4,5$.

Заметим, что предел числа равен самому числу.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 6} (3x^2 - 4x + 5); \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-5}{x+1}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x + 2.$$

Примеры: вычислите пределы

Если в некоторой точке области определения функции существует предел и этот предел равен значению функции в данной точке, то функция называется непрерывной (в данной точке).

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}.$$

Вычислим значение функции в точке $x_0 = 3$ и значение его предела в этой точке.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 \times 3 + 3}{3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9}{2} = 4,5.$$

$$f(3) = \frac{2 \times 3 + 3}{3 - 1} = 4,5.$$

Значение предела и значение функции в этой точке совпадает, следовательно, функция непрерывна в точке $x_0 = 3$.

Но при вычислении пределов зачастую появляются выражения, значение которых не определено. Такие выражения называют **неопределённостями**.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{0}{0} = \frac{0}{0}.$$

Основные виды неопределенностей: $\left[\frac{0}{0} \right], \left[\frac{\infty}{\infty} \right], [0 \cdot \infty], [\infty - \infty], [1^\infty], [0^0], [\infty^0]$

2. Раскрытие неопределенностей

Для раскрытия неопределенностей используют следующее:

- упрощают выражение функции: раскладывают на множители, преобразовывают функцию с помощью формул сокращенного умножения, тригонометрических формул, домножают на сопряженное, что позволяет в дальнейшем сократить и т.д., и т.п.;

- если предел при раскрытии неопределенностей существует, то говорят, что функция сходится к указанному значению, если такого предела не существует, то говорят, что функция расходится.

Пример: вычислим предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

Разложим числитель на множители $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2.$$

3. Вычисление пределов функции

Пример 1. Вычислите предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{2x - 2}$

При прямой подстановке, получается неопределенность:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{2x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 1}{2 \times 1 - 2} = \frac{0}{0}.$$

Разложим на множители числитель и знаменатель и вычислим предел.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{2x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x - 1)(x - 0,5)}{2(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 0,5) = 0,5.$$

Пример 2. Вычислите предел функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4x + 3}{3x^3 - 1}$

При прямой подстановке, получается неопределенность.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4x + 3}{3x^3 - 1} = \frac{\infty}{\infty}$$

Помножим и числитель, и знаменатель на $\frac{1}{x^3}$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(7x^2 + 4x + 3) \times \frac{1}{x^3}}{(3x^3 - 1) \times \frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{7x^2}{x^3} + \frac{4x}{x^3} + \frac{3}{x^3}}{\frac{3x^3}{x^3} - \frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{7}{x} + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^3}}{3 - \frac{1}{x^3}} = \frac{0}{3} = 0$$

Учтем, что если число разделить на бесконечно большое число получится ноль. То

есть предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x} = \frac{7}{\infty} = 0$. Аналогично $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2} = \frac{4}{\infty} = 0$. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} = \frac{1}{\infty} = 0$.

Пример 3. Вычислите предел функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 6x^2 + 1}{4x^3 - 3}$

При прямой подстановке, получается неопределенность.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 6x^2 + 1}{4x^3 - 3} = \frac{\infty}{\infty}$$

Помножим и числитель, и знаменатель на $\frac{1}{x^3}$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^3 + 6x^2 + 1) \times \frac{1}{x^3}}{(4x^3 - 3) \times \frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^3}{x^3} + \frac{6x^2}{x^3} + \frac{1}{x^3}}{\frac{4x^3}{x^3} - \frac{3}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{6}{x} + \frac{1}{x^3}}{4 - \frac{3}{x^3}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Мы учли, что $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{x} = \frac{6}{\infty} = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} = \frac{1}{\infty} = 0$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^3} = \frac{3}{\infty} = 0$.

4. Самостоятельные упражнения

Вычислите пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow 5} (x + 2)$ 2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x}{x - 3}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 - 1}$ 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x - 3}{4x^2 - 13x + 3}$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x}$ 6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

7) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9}$ 8) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$;

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{5x - 7}$ 10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 2x^2 + 3}{7x - 4}$

11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x^2 + 2}{x^3 - x + 1}$ 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^4 - 8x^2 + 3}{5x^4 + 3x^3 + 5}$

5. Подведение итогов урока

Данный урок первый по теме: «Предел функции». На уроке рассмотрены способы нахождения пределов. Разобрано что такое неопределенность, как раскрывать неопределенности. Надо заметить, что есть пределы, для которых невозможно найти числовое значение.

6. Домашнее задание

1) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{8x - 7}{3x + 1}$
2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{8x}{x - 4}$
3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x - 7}{8x}$
4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 + 9}$
5) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 + 5x + 8x^2}{x^2 - 3x - 4}$
6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 9x + 3 + x^4}{3x^4 - 6 + 2x}$

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Башмаков М.И. Математика. - М.: Издательский центр «Академия», 2014.
2. Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов (на базе средней школы). - М.: Наука, 1980.
3. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. - М.: АСТ, 2006.
4. Алгебра и начало анализа, I и II ч. /Под редакцией Г.Н.Яковлева. - М.: Наука, 1978.
5. Геометрия, ч. I. /Под редакцией Г.Н.Яковлева. - М.: Наука, 1977.
6. Яремчук Ф.П., Руденко П.А. Алгебра и элементарные функции (справочник). - Киев: Наукова думка, 1976.

Дополнительная

1. Курс математики для техникумов, ч. I и II. /Под ред. Н.М.Матвеева. - М.: Наука, 1977.
2. Зайцев И.Л. Элементы высшей математики для техникумов.- М.: Наука, 1972.
3. Калкин Р.А. Алгебра и элементарные функции. - М.: Наука, 1969.