

Интегрированное занятие по подготовке к ГИА и ЕГЭ по математике и физике

Класс: 9,10

Тема: Графическое решение задач на движение.

Цели:

- Способствовать формированию целостного представления о квадратичной функции и ее применении.
- Продолжить развитие словесно-логического мышления на основе операций анализа, алгоритмизации, аналогии, сравнения и обобщения. Развивать память, речь.
- Активизировать учебно-познавательную деятельность при использовании межпредметной связи математики и физики. Способствовать формированию навыков самоконтроля и самооценки, умения работать самостоятельно в заданном темпе. Развивать коммуникативные навыки – взаимопомощь, взаимопроверку.

Тип занятия – повторение, систематизация и обобщение изученного материала; комплексное применение знаний при решении задач.

Технические средства обучения: компьютер, мультимедийный проектор, компьютерная презентация

Ход урока:

1. Организационный момент.

Учитель математики:

«Математика это царица наук, но она должна служить другим наукам»

Учитель физики:

«И физика без математики – это только природоведение».

Давайте вместе с вами рассмотрим тесную связь этих двух наук по теме: Графическое решение задач

2. Повторение базовых знаний и умений по математике.

Учитель математики: Давайте вспомним графическую зависимость двух переменных, для этого выполним задание.

Задание 1

Постройте графическую зависимость двух переменных на компьютере $y=5x^2+3x-2$

Учащиеся проверяют правильность выполнения задания, сверяя с эталоном на слайде, и выполняют самооценку по Рис.1

Учитель математики:

- Как называется эта зависимость?
- Графиком какой функции является парабола?
- Дайте определение квадратичной функции.

Задание 2

- Постройте графическую зависимость двух переменных на компьютере $y=3x^2-2x+2$, определите по графику знаки a и c .

- Постройте графическую зависимость двух переменных на компьютере $y=-x^2+4x-3$, определите по графику знаки a и c .

3. Применение знаний при решении физической задачи. Контроль знаний.

Учитель физики:

- Всегда ли в уравнении с двумя переменными $y = ax^2 + bx + c$ их записывают с помощью букв x и y ?

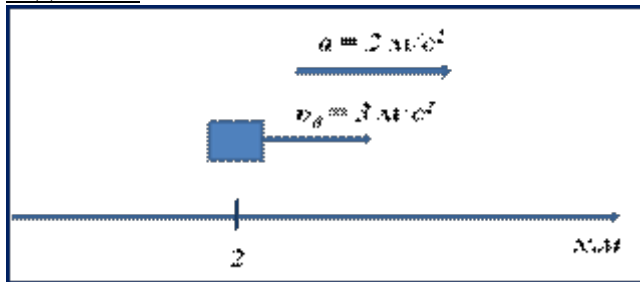
- давайте вспомним основное уравнение кинематики. (ученик записывает на доске)

- Проводится сравнение уравнений $y = ax^2 + bx + c$ и $S = S_0 + v_0t + at^2/2$

Учитель подводит учащихся к выводу:

Зависимость $x(t)$, которая является квадратичной функцией и график этой зависимости можно использовать для описания прямолинейного равноускоренного движения. Вместо переменной x в нашем уравнении движения переменная t , которая откладывается по оси.....абсцисс; вместо переменной y в нашем уравнении движения переменная S , которая откладывается по оси.....ординат

Задание 3



1). По рисунку составьте уравнение зависимости координаты тела от времени $x(t)$

Учащиеся выполняют задание самостоятельно в тетради, на модели. Затем проверяют по эталону, что должно получиться, и проводят самооценку.

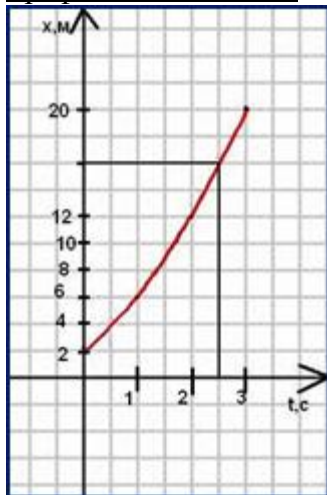
$$S = S_0 + v_0 t + at^2/2 ; \quad S = 2 + 3t + t^2$$

2). Постройте график зависимости $S(t)$

Учащиеся продолжают выполнять задание самостоятельно на компьютере.рис.3

3). Найдите графически и аналитически координату тела через 2,5 с.

Графический способ:



$$t = 2,5 \text{ с} \quad x = 15,75 \text{ м}$$

Аналитический способ:

$$x = 2 + 3 \cdot 2,5 + 2,5^2 = 15,75 \text{ м}$$

Сравнивая графический и аналитический способ решения, учащиеся делают вывод о том, какой способ решения дает более точный результат.

Учитель физики:

А как будет выглядеть уравнение зависимости $V(t)$?

$$- \quad V = V_0 + at$$

Запишите, пожалуйста, уравнение для последней задачи.

$$V = 3 + 2t$$

Учитель математики:

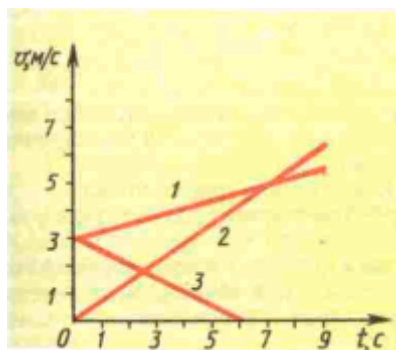
- А графиком этого уравнения что является?

- $y = kx + b$ $V = V_0 + at$; проводится аналогия с определением коэффициентов и их знаков.

- Постройте график на компьютере.

4. Аукцион графиков:

Устные задания для учащихся.



Дан график. Требуется, как можно больше почерпнуть из него информации:

Возможные варианты ответов:

1. Тело 3 движется равнозамедленно с начальной скоростью 3 м/с;
2. Тело 2 движется равноускоренно с начальной скоростью, равной нулю;
3. Тело 1 движется равноускоренно с начальной скоростью 3 м/с;
4. Через 2,5 секунд будут равны скорости движения тел 2 и 3;
5. Через 7 секунд будут равны скорости движения тел 1 и 2;
6. Через 6 секунд скорость тела 3 станет равной нулю;
7. При $t = 0$ тела находились в одном пункте;
8. Через $t = 12$ секунд тела 1 и 2 встретятся;
9. Через $t = 5$ секунд тела 2 и 3 встретятся.

Время выполнения задания 10 минут.

5. Индивидуальная работа в парах:

Дети разделены на 4 группы (по парам). Каждой группе выдаётся задание:

На компьютере изображены графики.

Задание 6.

Пользуясь графиками, изображенными на рисунке, определите перемещение каждого тела через 4 с. Запишите формулу скорости для каждого движения.

Для 1 группы – график 1

Для 2 группы – график 2

Для 3 группы – график 3

Для 4 группы – график 4.

График I.

$V_0 = 0$;

Для любой точки: $a = 1,25 \text{ м/с}^2$.

Движение равноускоренное,

$$v = 1,25t; \quad S = 0,625t^2$$

$$\text{При } t = 4 \text{ с} \quad \rightarrow \quad S = 0,625 \cdot 4^2 = 10 \text{ м}; \quad S = 10 \text{ м.}$$

График II.

$V_0 = 2 \text{ м/с}$;

$a = 0,75 \text{ м/с}^2$.

Движение равноускоренное с начальной скоростью:

$$v = 2 + 0,75t; \quad S = 2t + 0,375t^2;$$

$$\text{при } t = 4 \text{ с} \quad \rightarrow \quad S = 2 \cdot 4 + 0,375 \cdot 4^2 = 14 \text{ м}; \quad S = 14 \text{ м}$$

График III.

$V_0 = v = 3 \text{ м/с}$; $a = 0$.

Движение равномерное: $S = vt$; $S = 3t$.

$$\text{При } t = 4 \text{ с} \quad \rightarrow \quad S = 3 \cdot 4 = 12 \text{ м}; \quad S = 12 \text{ м.}$$

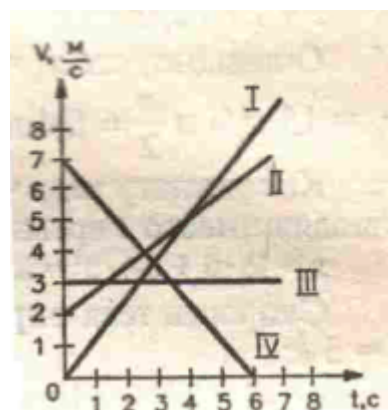


График IV.

$$V_0 = 7 \text{ м/с};$$

$$a = -1,2 \text{ м/с}^2.$$

Движение равнозамедленное:

$$v = 7 - 1,2t; \quad S = 7t - 0,6t^2.$$

$$\text{При } t = 4 \text{ с} \quad \rightarrow \quad S = 7 \cdot 4 - 0,6 \cdot 4^2 = 18,4 \text{ м.} \quad S = 18,4 \text{ м.}$$

На выполнение данного задания даётся 5 минут. Один представитель от команды на доске помещает решение для своего графика.

Работа в группах:

Для учащихся групп – один решает задачу аналитически, а второй учащийся - графически .

На выполнение задания даётся 10 минут.

По истечении 10 минут группы помещают решение заданий на доске и защищают их. Участники всех групп оценивают их, обсуждая, задавая вопросы, сравнивая полученные ответы при аналитическом и графическом решении.

Задание 7

Задача.

Из двух точек А и В, расположенных на расстоянии 90 м друг от друга, одновременно в одном направлении начали движение два тела. Тело, движущееся из точки А, имело скорость 5 м/с, а тело, движущееся из точки В, - скорость 2 м/с. Через какое время первое тело нагонит второе? Какое перемещение совершит каждое тело?

Дано:

$$X_{02} = 90 \text{ м}$$

$$V_1 = 5 \text{ м/с};$$

$$V_2 = 2 \text{ м/с}$$

Найти:

$$S_1 - ? \quad t_1$$

$$S_2 - ?$$

$$t_1 - ?$$

Решение:

1 способ (аналитический)

Выберем начало оси x в точке А и направим её по движению тел.

Тогда уравнение движения тел таковы:

$$X_1 = v_1 t, \quad x_{01} = 0, \text{ - начальная координата первого тела.}$$

$$X_2 = x_{02} + v_2 t;$$

X_1 и x_2 - координаты первого и второго тела. Для точки С, в которой первое тело нагонит второе, $x_1 = x_2$, $t = t_1$. Тогда с учётом x_1 и x_2 получим:

$$V_1 t_1 = x_{02} + v_2 t_1,$$

где t_1 - время движения тел до точки встречи С. Из этого уравнения находим время движения тел:

$$t_1 = \frac{x_{02}}{v_1 - v_2};$$

$$\text{Проверим размерность: } t_1 = \left[\frac{\text{м}}{\text{м/с}} = \text{с} \right]$$

$$t_1 = \frac{90}{5-2} = 30 \text{ с.}$$

Найдём перемещения тел:

$$S_1 = x_1 - x_{01} = v_1 t_1; S_1 = 5 \cdot 30 = 150 \text{ м}$$

$$S_2 = x_2 - x_{02} = v_2 t_1; S_2 = 2 \cdot 30 = 60 \text{ м}$$

2 способ (графический)

Отложим в масштабе по оси абсцисс время t движения, а по оси ординат – значения координаты x . Запишем уравнения движения тел с учётом условия задачи:

$$X_1 = v_1 t; \quad x_2 = x_{02} + v_2 t$$

$$X_1 = 5t; \quad x_2 = 90 + 2t.$$

Изобразим графически зависимость координат от времени прямыми 1 и 2.

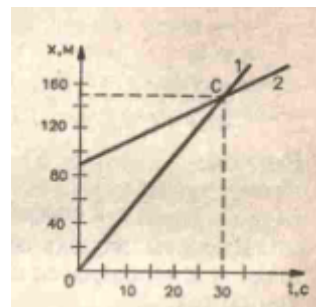
Найдём координаты их точки пересечения С: $t_1 = 30 \text{ с}$, $x_1 = x_2 = 150 \text{ м}$.

Следовательно, первое тело нагонит второе через 30 с. Перемещения тел соответственно равны.

$$S_{1x} = x_{01} = 150 \text{ м};$$

$$S_{2x} = x_2 - x_{02} = 150 - 90 = 60 \text{ м}.$$

Ответ: $S_1 = 150 \text{ м}$; $S_2 = 60 \text{ м}$; $t_1 = 30 \text{ с}$.



Задание 8

Задача

Два велосипедиста едут навстречу друг другу. Один, имея скорость 18 км/ч, движется равнозамедленно с ускорением 20 см/с^2 , другой, имея скорость 5,4 км/ч, движется равноускоренно с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$. Через какое время велосипедисты встретятся и какое перемещение совершит каждый из них до встречи, если расстояние между ними в начальный момент времени 130 м?

Дано:

$$V_{01} = 18 \text{ км/ч} = 5 \text{ м/с};$$

$$a_1 = 20 \text{ см/с}^2 = 0,2 \text{ м/с}^2;$$

$$v_{02} = 5,4 \text{ км/ч} = 1,5 \text{ м/с};$$

$$a_2 = 0,2 \text{ м/с}^2;$$

$$x_{02} = 130 \text{ м}$$

Найти:

$$S_1 - ?$$

$$S_2 - ?$$

$$t_1 - ?$$

Решение:

Пусть ось Ox совпадает с направлением движения первого велосипедиста, а начало координат – с точкой O , в которой он находился в момент времени $t=0$.

Тогда уравнения движения для велосипедистов таковы:

$$X_1 = v_{01} t - \frac{a_1 t^2}{2} \quad (\text{так как } a_{1x} = -a_0, x_{01} = 0)$$

$$X_2 = x_{02} - v_{02} t - \frac{a_2 t^2}{2} \quad (\text{так как } v_{2x} = -v_{02} \text{ и } a_{1x} = -a_1)$$

В момент встречи в точке А: $t = t_1$, $x = x_2$

Тогда получим равенство:

$$V_{01} t_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2} = x_{02} - v_{02} t_1 - \frac{a_2 t_1^2}{2}, \text{ откуда}$$

$$V_{01} t_1 + v_{02} t_1 = x_{02}, \text{ так как } a_1 = a_2$$

$$t_1 = \frac{x_{02}}{v_{01} + v_2}; t_1 = \frac{130}{5 + 1,5} = 20 \text{ с}$$

Определим перемещение каждого до встречи.

$$S_1 = x_1 - x_{01} = v_{01}t_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2}$$

$$S_1 = 5 \cdot 20 + \frac{0,2 \cdot 20^2}{2} = 60 \text{ м.}$$

$$S_2 = |x_2 - x_{02}| = v_{02}t_1 - \frac{a_2 t_1^2}{2} \quad S_2 = 1,5 \cdot 20 + \frac{0,2 \cdot 20^2}{2} = 70 \text{ м}$$

Ответ: $S_1 = 60 \text{ м}$; $S_2 = 70 \text{ м}$; $t_1 = 20 \text{ с}$.

Задание 9

Ещё одна **задача** в копилку графического метода решения задач.

Ямайский бегун Усейн Болт по прозвищу «Молния» считается самым быстрым спринтером на Земле. Он пробегает 200 метров за 17,95 секунд, из которых 3 секунды он потратил на разгон. Остальное время он двигался равномерно. Чему равна его рекордная скорость равномерного движения?

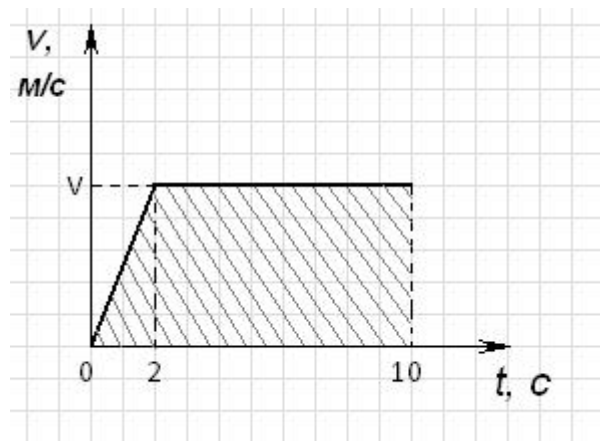
(Эта задача является довольно трудной для учащихся, если решать её аналитически.

Использование графического представления движения позволяет решить её очень легко.

Поэтому будет полезно дать её ученикам для иллюстрации графического способа решения задач, как пример полезности графического представления физических процессов.)

Изображаем график зависимости скорости движения спортсмена от времени:

Три секунды спортсмен двигался равноускоренно, пока не достиг скорости v . Затем двигался 14,95 секунд равномерно со скоростью V . За всё время движения прошёл путь 200 м. Этот путь численно равен площади заштрихованной фигуры, которая складывается из площади треугольника $3V/2$ и площади прямоугольника $14,95V$.



Составляем уравнение и решаем: $3/2V + 14,95V = 200$

$$V = 12,16 \text{ м/с}$$

В задачах на движение обычно используются формулы, выражающие закон равномерного движения, т.е.

$$s = v \cdot t.$$

При составлении уравнений в таких задачах удобно использовать геометрическую иллюстрацию процесса движения.

При движении по окружности удобно пользоваться понятием угловой скорости, т.е. угла, на который поворачивается вокруг центра движущийся объект за единицу времени. Бывает, что для усложнения задачи, ее условие формулируют в разных единицах измерения. В таких случаях для составления уравнений необходимо выразить все данные значения через одну и ту же единицу измерения.

Источником составления уравнений в задачах на движение служат следующие соображения:

1) Объекты, начавшие движение навстречу друг другу одновременно, движутся до момента встречи одинаковое время. Время, через которое они встретятся, находят по формуле

$$t = s/(v_1 + v_2) \quad (*).$$

2) Если одно тело догоняет другое, то время, через которое первый догонит второго, вычисляется по формуле

$$t = s/(v_1 - v_2) \quad (**).$$

3) Если объекты прошли одинаковое расстояние, то величину этого расстояния удобно принять за общее неизвестное задачи.

4) Если при одновременном движении двух объектов по окружности из одной точки, один из них догоняет в первый раз другого, то разность пройденных ими к этому моменту расстояний равна длине окружности

$$c = 2\pi R.$$

5) Для времени новой встречи при движении в противоположных направлениях получим формулу (*), если в одном направлении – то формулу (**).

6) При движении по течению реки скорость объекта равна сумме скоростей в стоячей воде и скорости течения. При движении против течения скорость движения есть разность этих скоростей.

Аналитическое решение задач на движение

Задача 1.

Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу и через 3 часа 20 минут встретились. Сколько времени понадобилось каждому пешеходу, чтобы пройти все расстояние, если известно, что первый пришел в пункт, из которого вышел второй, на 5 часов позже, чем второй пришел в пункт, откуда вышел первый?

Решение.

В этой задаче нет никаких данных о пройденном расстоянии. Это является ее главной особенностью. В таких случаях будет удобно принять за единицу все расстояние, тогда скорость первого пешехода будет равна

$v_1 = 1/x$, а второго – $v_2 = 1/y$, где x часов – время в пути первого, а y – время в пути второго пешеходов.

Условия задачи позволяют составить систему уравнений:

$$\{ 3\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + 3\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{y} = 1,$$

$$\{ x - y = 5.$$

Решая эту систему, получим, что $y = 5$, $x = 10$.

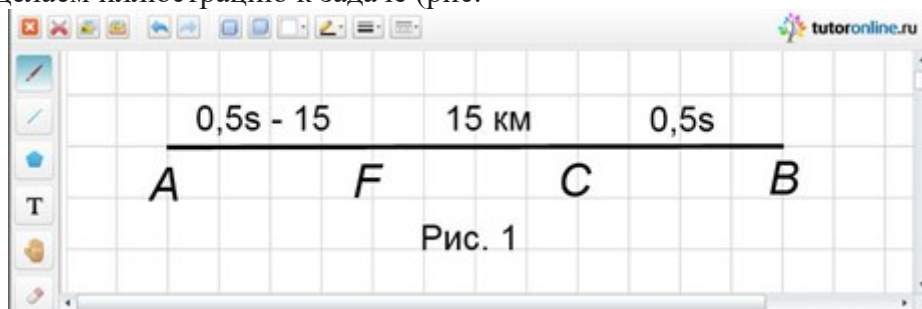
Ответ: 10 часов и 5 часов.

Задача 2.

Из пункта А в пункт В выехал велосипедист. Через 3 часа навстречу ему из пункта В выехал мотоциклист, со скоростью в 3 раза большей, чем скорость велосипедиста. Встреча велосипедиста и мотоциклиста происходит посередине, между пунктами А и В. В случае выезда мотоциклиста позже велосипедиста на 2 часа, их встреча произошла бы на 15 километров ближе к пункту А. Найти расстояние АВ.

Решение.

Сделаем иллюстрацию к задаче (рис.



1).

Пусть $AB = s$ км, v км/ч – скорость велосипедиста, $3v$ км/ч – скорость мотоциклиста.

$t_1 = 0,5 s/v$ часов – время до встречи велосипедиста,

$t_2 = 0,5 s/3v$ часов – время до встречи мотоциклиста.

По условию $t_1 - t_2 = 3$, значит $0,5 s/v - 0,5s / 3v = 3$, откуда $s = 9v$.

Если бы мотоциклист выехал на 2 часа позже велосипедиста, то они встретились бы в точке F.

$AF = 0,5s - 15$, $BF = 0,5s + 15$.

Составим уравнение: $(0,5s - 15)/v - (0,5s + 15)/3v = 2$, откуда $s - 60 = 6v$.

Получим систему уравнений:

$$\{ s = 9v,$$

$$\{ s = 60 + 6v.$$

Имеем:

$$\{ v = 20,$$

$$\{ s = 180.$$

Ответ: $v = 20$ км/ч, $s = 180$ км.

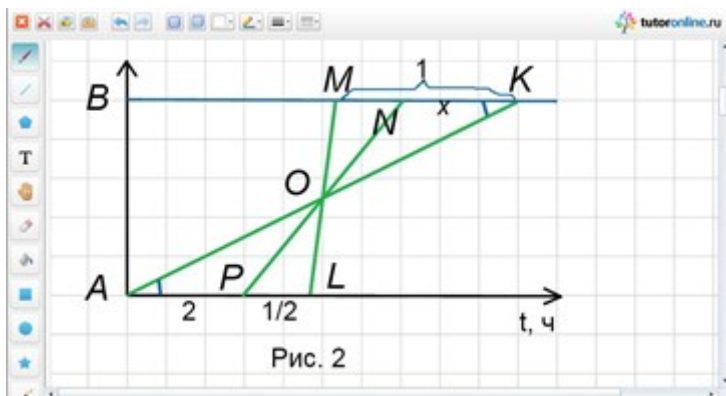
Графический метод при решении задач на движение

Существует и графический метод решения заданий. Рассмотрим применение этого метода для решения задач на движение. Графическое изображение функций, описывающих условие задачи – зачастую очень удобный прием, который позволяет наглядно представить ситуацию задачи. Так же он позволяет составить новые уравнения или заменить алгебраическое решение задачи чисто геометрическим.

Задача 3.

Пешеход вышел из пункта А в пункт В. Вслед за ним из пункта А выехал велосипедист, но с задержкой в 2 часа. Еще через 30 минут по направлению к пункту В выехал мотоциклист. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались в пункт В без остановок и равномерно. Через некоторое время после того, как выехал мотоциклист, оказалось, что к этому моменту все трое преодолели одинаковую часть пути от А до В. На сколько минут раньше пешехода велосипедист прибыл в пункт В, если мотоциклист прибыл в пункт В на 1 час раньше пешехода?

Решение.



Для алгебраического решения требуется введение многих переменных и составления громоздкой системы. Графически ситуация, описанная в задаче, представлена на рисунке 2.

Используя подобие треугольников AOL и KOM, а так же треугольников AOP и KON можно составить пропорцию:

$$x/1 = 2/2,5;$$

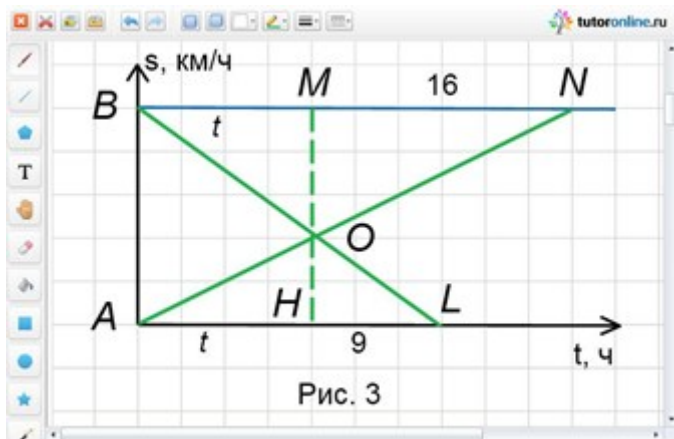
$$x = 4/5 \text{ ч} = 48 \text{ минут.}$$

Ответ: 48 минут.

Задача 4.

Из двух городов навстречу друг другу одновременно вышли два посыльных. После встречи один из них был в пути еще 16 часов, а второй – 9 часов. Определить, сколько времени был в пути каждый посыльный.

Решение.



Пусть время движения до встречи каждого посыльного будет t . По условию задачи строим график (рис. 3).

Аналогично предыдущей задаче, необходимо использовать подобие треугольников.

Имеем:

$$t/16 = 9/t;$$

$$t^2 = 144;$$

$$t = 12.$$

Значит, $12 + 16 = 28$ (часов) – был в пути первый, $12 + 9 = 21$ (час) – был в пути второй.

Ответ: 21 час и 28 часов.

Итоги занятия.

Сегодня на занятии мы хотели, чтобы Вы уяснили, что невниманье к физике причиняет урон математике, а не используемый в физике математический аппарат плохо держится в памяти.

В заключение урока учащиеся проводят общую самооценку знаний и умений.

Дома найти в сборниках по подготовке к ГИА и ЕГЭ подобные задачи на движение, прорешать 3-5 задач, подготовить вопросы к следующему занятию.